Apprendre les maths avec les Noums – CP

La fameuse trilogie **manipuler**, **parler**, **abstraire** ne suffit pas à décrire la façon dont les enfants apprennent les maths. D'autres verbes mériteraient d'être avancés : conceptualiser, représenter, anticiper, raisonner… Et puis, c'est un autre verbe qui devrait être mis devant tous les autres : **modéliser**. Qu'est-ce que modéliser ? De quoi l'arithmétique élémentaire est-elle le modèle ?
Des réponses à ces questions sont avancées ici. Ce cadre théorique permet de comprendre pourquoi la maitrise du modèle que constituent les Noums est, à ce jour, **la meilleure propédeutique** à l'arithmétique élémentaire. En effet, aucun autre outil pédagogique n'a la puissance de celui-ci.

L'arithmétique est un modèle des actions que l'on peut mener avec des quantités

Considérons le problème suivant : « J'ai 4 jetons dans ma poche gauche et 3 jetons dans la droite. Je vais les mettre sur la table. Combien y aura-t-il de jetons ? »

Pour répondre à cette question, il est possible de sortir effectivement les jetons des deux poches avant de quantifier la collection ainsi formée en les dénombrant.
Mais l'arithmétique élémentaire permet de **représenter** chacune des quantités en utilisant les nombres 4 et 3 et d'**anticiper** le résultat de l'action menée sur les quantités grâce à l'opération 4 + 3 = …

De façon générale, un modèle est un ensemble de **représentations** (ici les écritures chiffrées) et d'**actions** qu'il est possible de mener sur ces représentations (ici les opérations arithmétiques : addition, soustraction…) afin d'anticiper le résultat d'actions réellement conduites dans le monde physique.

Les trois actions de base : réunir, créer des parties et comparer

Qu'il s'agisse de problèmes d'addition/soustraction ou de multiplication/division, trois types d'actions constituent l'essentiel de celles qui sont évoquées dans les problèmes : la réunion de quantités, la création de parties (décomposer) et enfin la comparaison.

Dans certaines classifications, les problèmes d'ajout ou de retrait sont distingués des problèmes de réunion et de création de parties. Les premiers peuvent cependant être considérés comme des cas particuliers des seconds. Par exemple, considérons le problème suivant : « Amélie a 10 billes ; elle joue et perd 4 billes ; combien de billes a-t-elle maintenant ? » Il peut être considéré comme un problème où l'on crée une partie de 4 dans un tout de 10.

En revanche, les problèmes de comparaison ne peuvent pas être interprétés comme relevant d'une réunion ou de la création de parties. Par exemple, dans le problème suivant : « Amélie a 10 billes et Kamel a 4 billes ; combien lui manque-t-il de billes pour en avoir autant qu'Amélie ? », les billes de Kamel ne constituent pas une partie de celles d'Amélie ! Pourtant, ces deux problèmes peuvent avoir une modélisation arithmétique identique, à l'aide de la soustraction 10 – 4.
Et c'est encore le cas du problème suivant qui ne parle ni d'une comparaison, ni d'un retrait mais… d'un ajout : « Thomas a 4 billes ; il joue et gagne d'autres billes ; maintenant il a 10 billes ; combien a-t-il gagné de billes ? » Il en a gagnées 10 – 4 !

De toute évidence, le symbolisme arithmétique n'est pas une simple abréviation sténographique du langage quotidien !

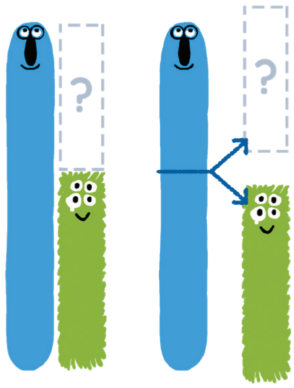
L'importance des modèles intermédiaires

Ainsi, des problèmes très différents (retrait, comparaison, ajout), qui semblent même contraires du point de vue des actions (retrait et ajout), sont susceptibles d'être résolus de la même façon dans le modèle de l'arithmétique élémentaire. L'élève qui sait le faire est gagnant parce qu'il réduit la diversité de ses comportements dans le monde physique : la même action (le calcul d'une soustraction) se révèle adaptée dans des situations qui n'ont a priori rien de commun. L'économie de ses comportements devient meilleure !

Mais comment peut-on enseigner cela aux enfants ?
De tout temps, les pédagogues ont répondu : en utilisant des modèles intermédiaires, plus proches de l'univers des collections ou de la mesure que le modèle arithmétique.
Les dominos Herbinière-Lebert, les réglettes Cuisenaire, les boites de Picbille… sont de tels modèles intermédiaires.

Les Noums, un modèle intermédiaire aux qualités remarquables

Considérons la propriété abordée précédemment : la différence de deux quantités (pensez à la différence de taille de deux Noums) peut s'obtenir en retirant la petite quantité à la grande. Cela peut s'illustrer de la manière suivante :



À gauche, la différence de taille des Noums 7 et 4 est représentée par un Noum inconnu, en pointillés. À droite, la double flèche signifie que l'on va couper le Noum 7 de façon à faire apparaitre le Noum 4. Puis on mettra ce dernier à la poubelle (retrait de 4). Le Noum inconnu qui apparait après avoir coupé est… la différence des deux Noums. Il ne faut pas sous-estimer la difficulté d'apprendre de telles propriétés. En psychologie cognitive, on les qualifie de **conceptuelles** parce qu'elles relient entre elles les connaissances élémentaires (chercher une différence et le résultat d'un retrait par ex.). Les élèves en difficulté ont du mal à se les approprier, ce qui explique qu'ils ne disposent que de savoir-faire isolés, non d'un **réseau** de savoirs et savoir-faire. Les Noums peuvent se réunir (ils se mangent), se décomposer (ils se coupent), se comparer (juxtaposition). Un outil comme le **scanner** permet de faire le lien entre les quantités discrètes et les longueurs. Aucun autre modèle intermédiaire n'a toutes ces qualités. Ce qui explique que l'on puisse qualifier Les Noums - CP de **meilleure méthode conceptuelle**.